

# What's fun in EE

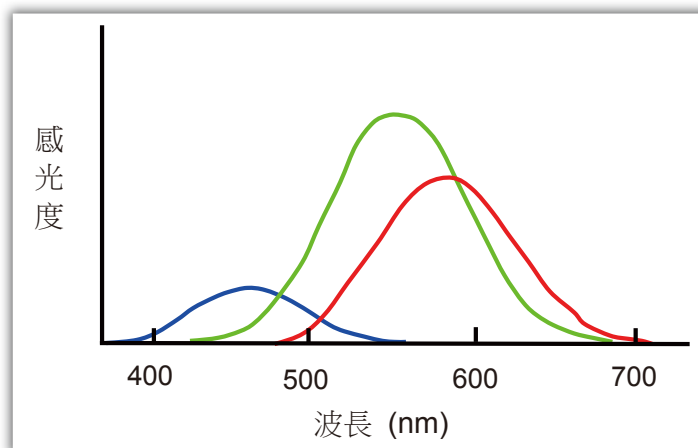
臺大電機系科普系列

## 色彩原理

林清富／臺大電機系教授

人的感官讓我們可以感受到外在世界，而其中最特別的，可能就是視覺了，它讓我們可以看到五彩繽紛的世界，且不需直接接觸，遠遠地就可以看到。人的眼睛為什麼可以看到五彩繽紛的顏色呢？以下我們就來看看，色彩的原理是什麼。

顏色的原因在於人眼睛的感光細胞中，有一種稱為視錐細胞，而此細胞又有三類，可以分別感應紅、綠、藍三個顏色的光，其對光的感應光譜如下圖所示。其感光最強之波長位置分別在 430、530 及 560 nm 的波長。此三個頻譜之總和反應稱為適光光譜反應 (photopic)，其感光最強之波長位置在 555 nm。(1 nm =  $10^{-9}$  m)



圖一 三類視錐細胞的感光特性，其感光度分別對波長的變化。

雖說視錐細胞感光最強之波長位置分別在 430、530 及 560 nm，但各自有其反應的光譜頗寬，如圖一所示，所以即使在波長 560 nm 時，除了對應紅色的視錐細胞有反應以外，對應綠色的視錐細胞也有反應，所以其顏色將會是紅和綠的混合。綜合而言，影響顏色的機制有以下幾個因素：

1. 眼睛對不同波長的感光度不同，如前面所討論的。
2. 物體在各種波長之穿透或反射不同。
3. 光源在不同波長的發光強度不同，例如同樣的東西，在日光燈下的色彩和一般燈泡下的色彩不同。

而眼睛所看到的色彩，有可能某單一色光產生的色彩在視覺上和另兩個色光產生的色彩相同，這稱為配色 (color match)，例如在波長 650 nm 的光和波長 515 nm 的光，以某種比例混合搭配，在視覺上將會和在波長 570 nm 的光看來是相同的顏色，其數學關係可以表示如下

$$y(I_{570}) = r(I_{650}) + g(I_{515}) \quad (1)$$

此方程式的意義是，在顏色上，r 強度的 650 nm 光混合 g 強度的 515 nm 光和 y 強度的 570 nm 光相匹配，也就是說，r 強度的 650 nm 光與 g 強度的 515 nm 光混合，其給予視覺上的色彩和亮度，和 y 強度的 570 nm 光給予的色彩和亮度是相同的。因此色彩 (或色變) 可由不同色光經過適當比例混合而成，因為三原光為紅、綠、藍，所以由適當比例的三原光可以組成所需的顏色，再將此三原光加以正規化，可以得到所謂的色座標 (x, y, z)，其數學關係如下。

$$x = \frac{X}{X+Y+Z} \quad (2a)$$

$$y = \frac{Y}{X+Y+Z} \quad (2b)$$

$$z = \frac{Z}{X+Y+Z} \quad (2c)$$

其中 X, Y, Z 稱為主原色光 (primaries)，分別為各色光在眼睛中反應的強度。X 代表紅色光，Y 代表綠色光，Z 代表藍色光；X, Y, Z 可由起下的式子計算而得

$$X = \int p(\lambda)_x E(\lambda)_A T(\lambda) d\lambda \quad (3a)$$

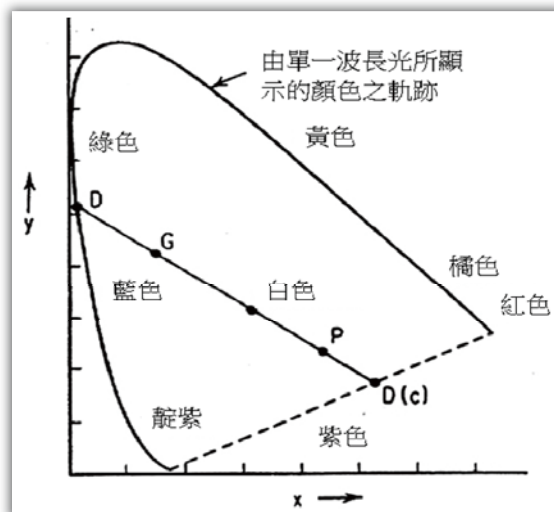
$$Y = \int p(\lambda)_y E(\lambda)_A T(\lambda) d\lambda \quad (3b)$$

$$Z = \int p(\lambda)_z E(\lambda)_A T(\lambda) d\lambda \quad (3c)$$

其中  $p(\lambda)_x$ ,  $p(\lambda)_y$ ,  $p(\lambda)_z$  為眼睛對三原色光的反應光譜，如圖一所示， $E(\lambda)_A$  為光源之發光光譜， $T(\lambda)$  為物體之反射或穿透光譜。

從方程式 (2a)-(2c) 可以看出  $x + y + z = 1$ ，所以一旦知道了 x 和 y，就可以得到 z 的值，所以色座標只需標示 (x, y) 即可，由 (x, y) 座標可決定色彩位置，如圖二所示，稱為 CIE 色座標圖。

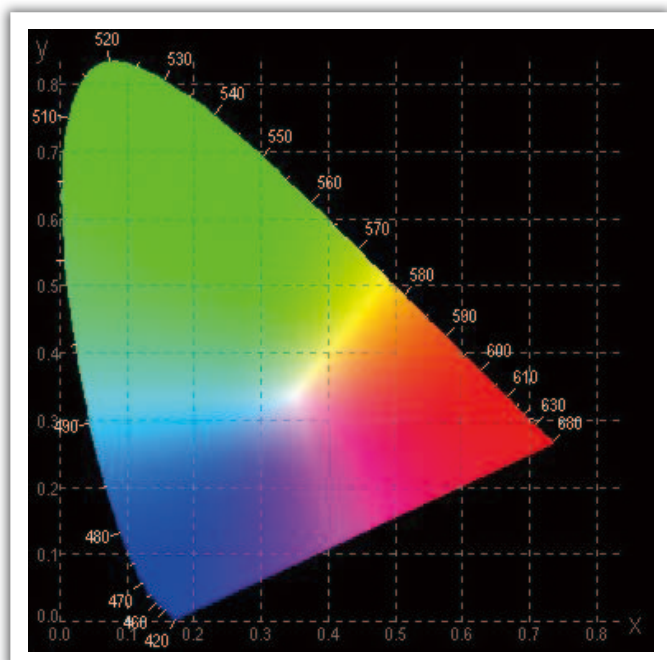
圖二中之邊界為單一波長光所顯示的顏色之軌跡，而圖中也顯示一例，由經過 DGPD(c) 之線表示，此線中任一點的顏色，可以由此線與邊界軌跡交會點 D 和 D(c) 所代表的單波長光，以線性相加混合而成。



圖二 色座標圖：由  $(x, y)$  座標可決定色彩位置。圖中經過  $DGPD(c)$  之線表示， $G$  點的颜色可以由此線與邊界軌跡交會點  $D$  和  $D(c)$  所代表的單波長光混合而成。

各颜色所對應的色座標如圖三所示，例如白色之色座標約為  $(0.34, 0.33)$ ，因此， $z = 0.33$ ，亦即白色光為三個主原色光以相同的比例混合而成。在此色座標上，當  $x > 0.6$ ，則為紅色，若  $y > 0.6$ ，則為綠色；而  $x < 0.2$  以及  $y < 0.2$ ，(亦即  $z > 0.6$ )，則為藍色。

人類的感光細胞（視錐細胞）只有三類，使得視覺可以透過三個主原色光就可以呈現出彩色的情形，可以說是相當幸運，這使得顯示器的彩色特性能夠用簡單的數學計算來模擬。相較之下，人類的味覺和嗅覺就很不一樣，味覺和嗅覺細胞分別都遠超過三類，每一類各自負責一種味道，這使得味覺和嗅覺難以用簡單的方式模擬，所以目前仍然只有視覺可以透過圖畫或顯示螢幕來模擬真實的景物。



圖三 CIE 色座標圖

從前面的說明我們知道，透過配色，某個颜色可以由其他颜色的光以線性組合來搭配。通常我們選擇三個主原色光，藉由其組合還模擬其他颜色，例如圖四之色座標圖中顯示了  $ABC$  三角形，在  $ABC$  三角形內之颜色都可以用  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三種波長之光，由適當比例相加而得到。

圖四中  $A$  點的色座標是  $(0.16, 0.02)$ ，是由波長為  $440 \text{ nm}$  之光所產生； $B$  點的色座標是  $(0.075, 0.83)$ ，由波長為  $520 \text{ nm}$  之光所產生； $C$  點的色座標是  $(0.705, 0.29)$ ，由波長為  $630 \text{ nm}$  之光所產生。其中的一點  $D$ ，其颜色為紫粉紅色，色座標是  $(0.4, 0.2)$ ， $D$  點可以透過  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三種波長之光來組合而成。其關係式如下：

$$(0.4, 0.2) = a(0.16, 0.02) + b(0.075, 0.83) + c(0.705, 0.29)$$



因此

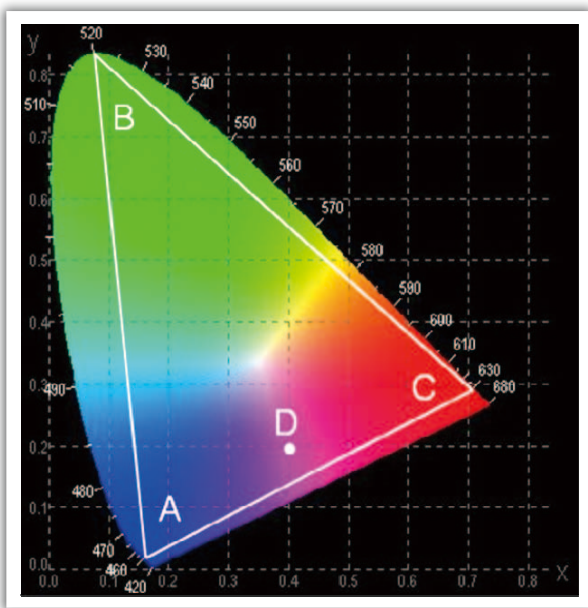
$$0.4 = 0.16a + 0.075b + 0.705c \quad (4a)$$

$$0.2 = 0.02a + 0.83b + 0.29c \quad (4b)$$

其中色座標只有  $x$  和  $y$ ，但  $z$  可由  $1-x-y$  而得到，所以還有第三條方程式

$$(1-0.4-0.2) = a(1 - 0.16 - 0.02) + b(1 - 0.075-0.83) + c(1 - 0.705 - 0.29) \quad (4c)$$

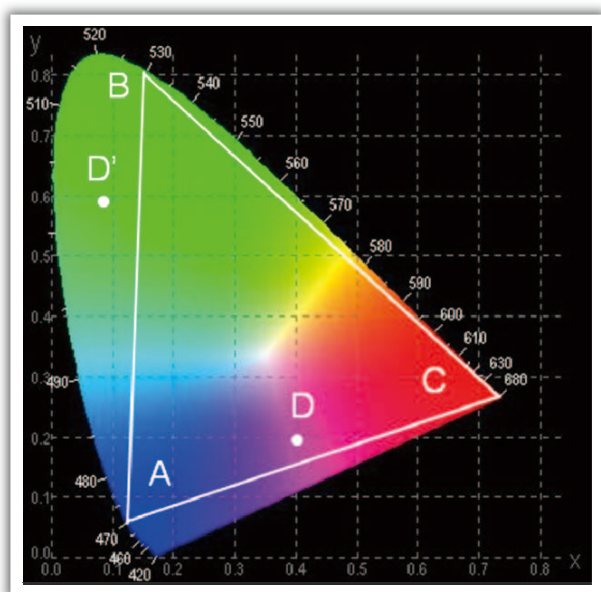
解前面的三條方程式 (11 - 4a)-(11 - 4c)，我們得到  $a = 0.496$ ， $b = 0.05$ ， $c = 0.454$ ，這代表波長為 440 nm 之光的亮度和另兩個波長 520 nm 和波長為 630 nm 之光的亮度，其比例為 0.496: 0.05: 0.454。



圖四 ABC 三角形內之顏色可以由 A、B、C 三種波長之光，藉由配色達到。

要能顯示各種顏色，這三個比例常數必須能在 0 到 1 之間變化，而三個主原色光也必須要各自獨立變化。顯示器就是運用此原理，每一個像素要能透過電子的方式控制，以達到前述目的。各式顯示器，基本上就是要能控制三個主原色光，以顯出特定色彩，其所選的三主原色光，在色座標上所圍出來的三角形區域越大，其色彩也就越豐富。

D 點的顏色也可以用另外三種波長之光來配色，如圖五所示，A 點的色座標是 (0.125, 0.06)，是由波長為 470 nm 之光所產生；B 點的色座標是 (0.15, 0.8)，由波長為 530 nm 之光所產生；C 點的色座標是 (0.73, 0.27)，由波長為 680 nm 之光所產生；透過前面的程序可以重新算得  $a$ ， $b$  和  $c$ 。因為  $x + y + z = 1$ ，所以無論用那三種色光來進行配色，這三種色光之比例常數，一定會滿足  $a + b + c = 1$ 。



圖五 另一個 ABC 三角形，其內之顏色可以由配色達到。