

# What's fun in EE

臺大電機系科普系列



## 淺談衛星導航系統

張帆人／國立臺灣大學電機工程學系教授

招沛宏／國立臺灣大學電機工程學系博士生

很少人沒有迷路的經驗，萬一給碰到了，最直接有效的解決之道，莫過於詢問路人。不過，並不是百分之百可以奏效。或許言語不通，或許羞於啟齒，或許身處荒郊野外，根本找不到問路的對象。縱使非常幸運地碰到熱心人士善意回應，也會碰到意想不到的困難。大多數的時候，比手畫腳個半天，仍然講不清楚，聽不明白。比較可靠的法子，是有一張地圖，能把當下所在的位置，標示在地圖上，再弄清楚東南西北與前後左右；那麼，脫離迷路之苦就大有希望了。

二十世紀後期重要的科技成就之一——衛星導航系統，已經悄悄地進入人們的生活，配合著電子地圖，它可以解決迷路的問題。

衛星導航的原理很簡單，具備國中水準的物理、數學知識，便可以明白。美國主導的全球定位系統（Global Positioning System; GPS），俄國主導的全球導航衛星系統（Global Navigation Satellite System; GLONASS），歐盟主導的伽利略系統（Galileo System），以及中國大陸主導的北斗系統（BeiDou System）都是衛星導航系統。歐盟的伽利略和中國大陸的北斗處於發展階段，還沒有正式運轉服務。俄國系統（GLONASS）於上個世紀九十年代就已經發展完成了，但之後曾經中斷服務十餘年之久；雖於二十一世紀重新出發，相對而言，它不穩定，也不普及。美國系統（GPS）自一九九五年起正式服務，之後一直未曾中斷，也沒有嚴重故障，所以贏得普遍信心，也因為這個緣故，一般人遂把 GPS 和衛星導航畫上了等號。而本文的介紹，也就以 GPS 當作對象。

解決迷路這件事，GPS 的貢獻僅限於告知位置座標。如何將此座標顯示於電子地圖之上，並且提供鄰近區域的旅遊資訊，則都是 GPS 接收機公司所開發的軟體的功勞。僅僅告知位置座標，是不是太簡單了？這要看我們以哪種角度思考問題。GPS 服務是全球的，它提供的座標是經度、緯度和高度。我們環顧四下，地球表面



臺灣大學電機工程學系

10617 台北市大安區羅斯福路四段一號

Email: dept@cc.ee.ntu.edu.tw

http://www.ee.ntu.edu.tw/



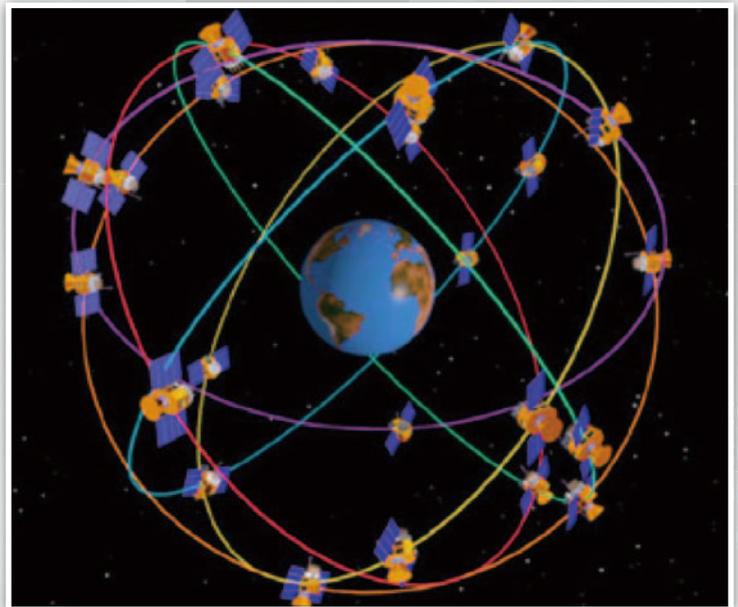


並沒有一道一道的刻痕，標示著這是東經 121 度，北緯 25 度等等。經緯度來自於人為的地圖，地球本身並沒有這樣的數據。此外，GPS 的定位是全時域（不論白天、晚上、清晨、黎明等），全天候（不論晴天、下雨、颱風、暴雪等），全地球（不論赤道、南北極、陸地、海洋等）；每個接收機，每秒鐘可獲得最新的三維座標；資訊量雖然不多，卻相當關鍵。難道它沒有任何弱點？當然不是。接收機一旦進入室內，或是遭受遮蔽而失去對天透空特性，定位能力就失去了！

全球定位系統（GPS）是美國營運操作的一套設施，它為使用者提供定位，導航和定時服務。這套系統由三個部分組成：太空部分，控制部分和用戶部分。美國空軍承擔太空和控制部分的開發、維護和操作。

太空部分包括 24 顆衛星組成的星群，每顆衛星向地球發射訊號，提供當下 GPS 衛星的位置和時間。這 24 顆衛星，均勻分佈於太空中（圖一），以保證地面上任何一點，都可以看到至少四顆衛星。實際上，過去幾年間，太空中一直維持 31 顆 GPS 衛星。

控制部分包括數座遍佈全球的監控站（圖二）。監控站不時發出指令，使衛星維持在適當的軌道上運行，同時校正衛星上的時鐘。監控站還追蹤 GPS 衛星，上載更新的導航數據，並且保持衛星星群的健康運行和排列狀態。



圖一 24 顆 GPS 衛星均勻分佈太空中 →



圖二 GPS 監控站遍佈全球



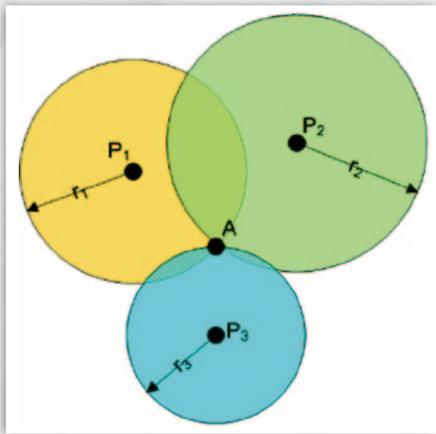


用戶部分由 GPS 接收機組成（圖三）。它們從 GPS 衛星接收到訊號，並利用傳來的資訊計算用戶的三維位置及時間。GPS 衛星為民間和軍方的用戶提供服務。民用服務的對象為全世界的用戶，都是免費的。軍用服務的對象為美軍和美國的盟軍，以及得到美國政府批准的用戶。

圖三 與手機、手錶結合的 GPS 接收機 →



GPS 的水平定位誤差約 5 公尺，垂直定位誤差約 7.5 公尺，定位服務適用於地球上任何角落。地球是非常接近於球型的橢球。赤道一圈大約是 4 萬公里。5 公尺或 7.5 公尺的誤差，大約是赤道的百萬分之 0.125 或 0.175。可以說是相當精準的定位。



GPS 衛星距離地球表面大約兩萬公里。那麼遙遠的衛星，如何知道接收機所在的位置呢？其中的原理是三角定位。如圖四所示，分別以三顆衛星的位置座標（ $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ）當作球心，衛星到接收機的距離當作半徑（ $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ ）即可形成三個球。這三個球的交點（ $A$ ），即為接收機的位置所在。

← 圖四 三角定位之示意

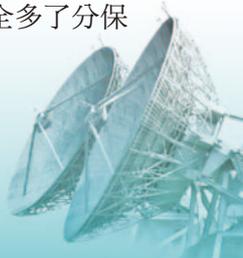
GPS 的工作方式如下：

- 每顆衛星不斷向地面廣播數位資訊，包括衛星的位置和時間參數。
- 接收機收到衛星的訊號，便可以知道兩個訊息：(1) 衛星位置，(2) 衛星到接收機的距離（訊號傳送所需時段乘以光速）。
- 接收機收到至少四顆衛星的訊號，就能解算出自己的位置座標。

為什麼需要四顆衛星才能定位呢？這是因為太空中所有 GPS 衛星的時鐘原點，在監控站的管制下都是同樣的。但接收機的時鐘原點和衛星的時鐘原點並不同，其間存在著一個未知的偏差值。這個偏差值和三維的定位座標（經度、緯度、高度）共形成四個未知數，故需要四顆衛星的資訊才能求解。

GPS 解決迷路，僅當事人受惠。如果和手機、相機、無線通訊、網際網路等結合，GPS 所提供的位置資訊便能產生更多、更大的效果。手機緊急求援時，常常苦於講不清楚事故之地點。一幅動人的自然美景，究竟是攝於何處。這類問題 GPS 都能輕易解答。台北市的公車動態系統，已讓人們從網路上或站牌上，便可知道還要等待多久，公車即可抵達；預防老人、孩童或寵物走失的協尋配備，市場上亦有產品出售；想想看，為什麼以前做不到的，現在卻可以了呢？輪船航行於大海，飛機翱翔於天空，GPS 能確定其位置，意味著安全多了分保障。物流車隊、醫療救護車等的行控中心，也都拜 GPS 之賜而讓車輛派遣效率得以提升。

衛星導航的應用還有很多，但看聰明的你如何去開發。





## 附錄 如何測距

張帆人／國立臺灣大學電機工程學系教授

鄭婉潔／國立臺灣大學電機工程學系碩士生

數學概念上，三角定位並不困難。具挑戰的工程問題在於如何獲知衛星到接收機的距離；它等效於衛星所發出的訊號，須經過多久，才到達接收機。如果知道訊號傳送所需的時段，將其乘以光速，即得到距離。

為了測距，衛星發出的訊號是經過精心設計的一連串“1”與“-1”。為了說明方便，我們以這個簡化的例子，描述“1”與“-1”的順序如： $S = \{1, 1, -1, 1, -1, -1, 1\}$ ，也就是說，衛星先送兩個 1，再送一個 -1，再送一個 1，再送兩個 -1，再送一個 1。送完第一輪之後，依照 S 的順序，再送第二輪，第三輪…。週而復始，永不停歇；衛星源源不斷地照這個規則向地球發出訊號。不論 1 或是 -1，所占據的時段 (T) 都是相等的。接收機為了算出衛星訊號傳送所需的時段，它依據  $S = \{1, 1, -1, 1, -1, -1, 1\}$  與 T，自行複製同樣的訊號。複製的訊號有如鑰匙，將鑰匙與所接收的衛星訊號逐次比對，就可得到答案。

假設，衛星發出的訊號，經過 3T 時段後，送達接收機，如圖 A.1 所示。

1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1
-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1

圖 A.1 第一列為衛星發出之訊號，第二列為接收機收到的訊號。後者是前者向右移動 3 次的結果，表示訊號傳送需要 3T 之時段。

如圖 A.2 所示，接收機複製的訊號（第二列，綠色）和對應的衛星訊號（第一列），逐項相乘得到第三列，然後將第三列各項加總，得到 -1，標示於第四列。以上的運算，稱之為相關 (correlation)；包含著逐項相乘，然後加總。這次的相關結果為 -1，表示鑰匙的比對失敗。

-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1
1	1	-1	1	-1	-1	1										
-1	-1	-1	1	-1	1	1										
																-1

圖 A.2 相關運算

接下來的步驟，要把複製訊號向右移動 T 時段，再做相關運算。如果仍然得到 -1，表示鑰匙比對依舊失敗；需要繼續把複製訊號再右移 T 時段，然後重覆相關運算。如果相關之結果得到 7（集合 S 的元素數目），表示鑰匙比對成功；檢視複製訊號向右移動的總次數 m，mT 即為衛星訊號的傳送時段。而 mT 乘以光速，即為衛星到接收機的距離。本例中，m 為 3。請參閱圖 A.3 和表 A.1



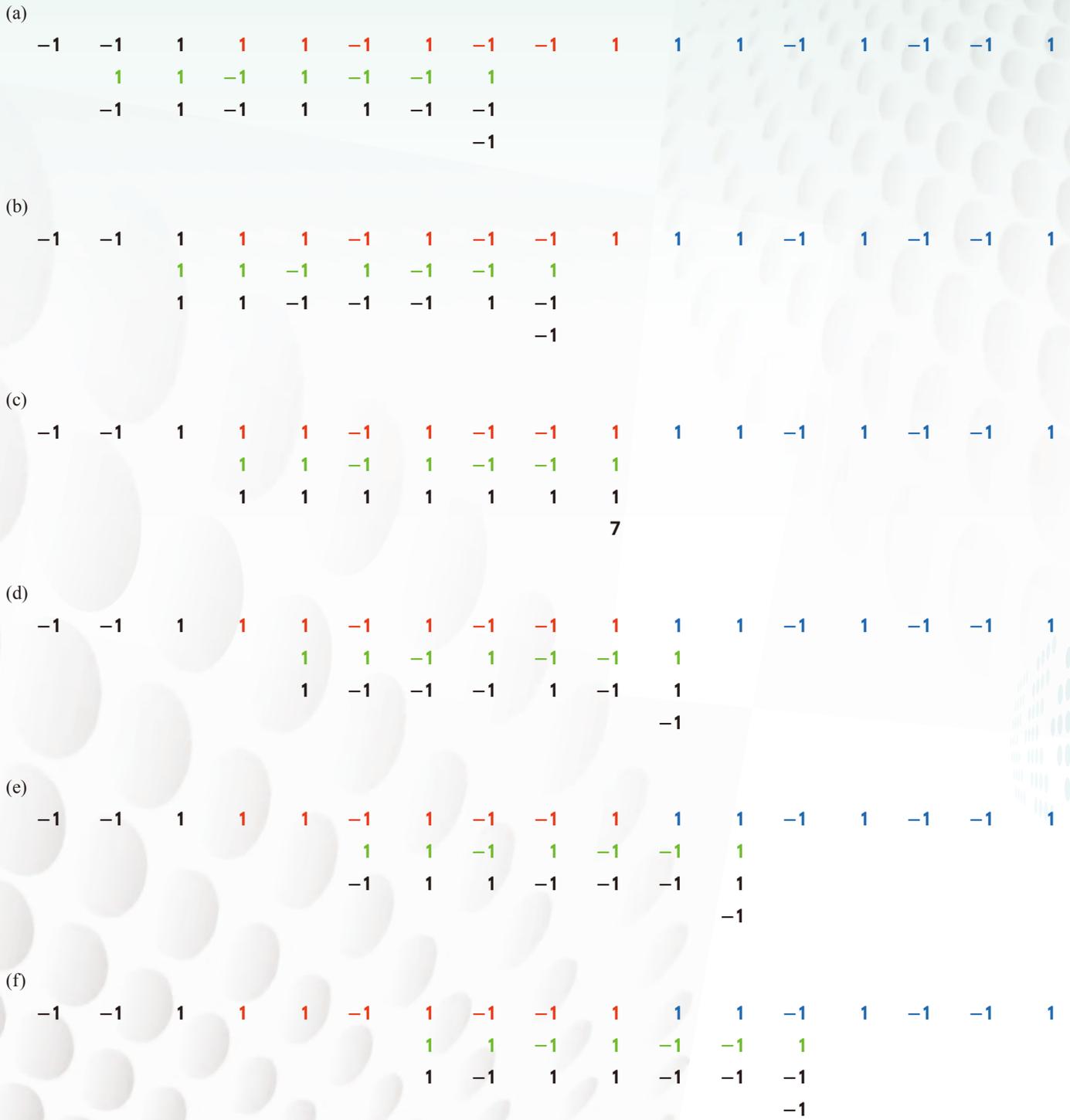


圖 A.3 複製訊號向右移動 (a) T 時段 (b) 2T 時段 (c) 3T 時段 (d) 4T 時段 (e) 5T 時段 (f) 6T 時段的相關運算

表 A.1 以複製訊號右移與相關運算找出傳送衛星訊號所需的時段

複製訊號右移次數	0	1	2	3	4	5	6
相關運算結果	-1	-1	-1	7	-1	-1	-1

